

Corrigé — Équations du 2ème degré

Ici, tu as les résultats **et** des explications. Les méthodes varient exprès: c'est comme un menu, à toi de choisir ton plat préféré.

Exercice 1 — $x^2 - 5x + 6 = 0$

Technique A — Factorisation. On cherche deux nombres dont le produit vaut 6 et la somme vaut 5: 2 et 3. Donc $x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3)$. Alors $(x-2)(x-3)=0 \Rightarrow x=2$ ou $x=3$.

Exercice 2 — $2x^2 + 3x - 2 = 0$

Technique A — Discriminant. $a=2$, $b=3$, $c=-2$. $\Delta=b^2-4ac = 9 - 4 \cdot 2 \cdot (-2) = 25$. $x = (-b \pm \sqrt{\Delta})/(2a) = (-3 \pm 5)/4 \Rightarrow x=1/2$ ou $x=-2$.

Technique B — Factorisation. On peut factoriser: $2x^2 + 3x - 2 = (2x-1)(x+2)$. Produit nul $\Rightarrow 2x-1=0$ ($x=1/2$) ou $x+2=0$ ($x=-2$).

Exercice 3 — $x^2 + 4x + 4 = 0$

Technique A — Identité remarquable. $x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2$. Donc $(x+2)^2=0 \Rightarrow x=-2$ (racine double).

Technique B — Discriminant (check). $a=1$, $b=4$, $c=4$. $\Delta=16-16=0 \Rightarrow$ une seule solution: $x=-b/(2a)=-2$.

Exercice 4 — $x^2 - 2x - 8 = 0$

Technique A — Factorisation. $x^2 - 2x - 8 = (x-4)(x+2)$. Donc $x=4$ ou $x=-2$.

Technique B — Discriminant. $a=1$, $b=-2$, $c=-8$. $\Delta=4+32=36 \Rightarrow x=(2 \pm 6)/2 \Rightarrow x=4$ ou $x=-2$.

Exercice 5 — $3x^2 - 12x + 9 = 0$

Technique A — Complétion du carré. On divise par 3: $x^2 - 4x + 3 = 0$. $x^2 - 4x = -3$. On ajoute 4 des deux côtés: $(x-2)^2 = 1$. Donc $x-2 = \pm 1 \Rightarrow x=1$ ou $x=3$.

Technique B — Discriminant (rapide). Pour x^2-4x+3 : $\Delta=16-12=4 \Rightarrow x=(4 \pm 2)/2 \Rightarrow x=1$ ou $x=3$.

Exercice 6 — $x^2 + 1 = 0$

Technique A — Raisonnement direct. $x^2 = -1$. Dans \mathbb{R} , impossible car un carré est toujours ≥ 0 .
Donc: aucune solution réelle.

Technique B — Dans \mathbb{C} . $x^2 = -1 \Rightarrow x = i$ ou $x = -i$.

Exercice 7 — $-x^2 + 7x - 10 = 0$

Technique A — Simplifier le signe. On multiplie par -1 : $x^2 - 7x + 10 = 0$.

Technique B — Factorisation. $x^2 - 7x + 10 = (x-5)(x-2)$. Donc $x=5$ ou $x=2$.

Exercice 8 — $4x^2 - 9 = 0$

Technique A — Différence de deux carrés. $4x^2 - 9 = (2x)^2 - 3^2 = (2x-3)(2x+3)$. Donc $x=3/2$ ou $x=-3/2$.

Technique B — Racine carrée. $4x^2=9 \Rightarrow x^2=9/4 \Rightarrow x=\pm 3/2$.

Exercice 9 — $x^2 - 6x + 5 = 0$

Technique A — Relations de Viète. Si les racines sont r et s : $r+s=6$ et $rs=5$. Le duo qui marche: 1 et 5. Donc $x=1$ ou $x=5$.

Technique B — Discriminant. $\Delta=36-20=16 \Rightarrow x=(6 \pm 4)/2 \Rightarrow x=1$ ou $x=5$.

Exercice 10 — $(x + 1)^2 = 5x$

Étape 1 — Mettre sous forme $ax^2+bx+c=0$. $(x+1)^2=x^2+2x+1$. Donc $x^2+2x+1=5x \Rightarrow x^2-3x+1=0$.

Technique A — Discriminant. $a=1$, $b=-3$, $c=1$. $\Delta=9-4=5$. $x = (3 \pm \sqrt{5})/2$.

Technique B — Complétion du carré. $x^2-3x = -1$. On ajoute $(3/2)^2=9/4$: $(x-3/2)^2 = 9/4 - 1 = 5/4$.
Donc $x-3/2 = \pm\sqrt{(5/4)}=\pm(\sqrt{5})/2 \Rightarrow x=(3 \pm \sqrt{5})/2$.

Mini-check: quand tu as une solution, remplace-la dans l'équation de départ. Si tu retombes sur 0, c'est validé.