

Ces exercices portent sur les angles particuliers ( $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ), les relations fondamentales, la géographie sphérique et des problèmes d'application avancés. Certains exercices sont à traiter sans calculatrice.

### Exercice 1

Valeurs exactes des angles particuliers (sans calculatrice)

À l'aide de triangles rectangles bien choisis, déterminer les valeurs exactes (sous forme de fractions ou radicaux) de :

- $\sin(30^\circ)$ ,  $\cos(30^\circ)$ ,  $\tan(30^\circ)$
- $\sin(45^\circ)$ ,  $\cos(45^\circ)$ ,  $\tan(45^\circ)$
- $\sin(60^\circ)$ ,  $\cos(60^\circ)$ ,  $\tan(60^\circ)$

Indication : utiliser un triangle équilatéral de côté 2 pour  $30^\circ$  et  $60^\circ$ , et un carré de côté 1 pour  $45^\circ$ .

### Exercice 2

Preuve de la relation fondamentale  $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$

En partant de la définition de  $\sin(\alpha)$  et  $\cos(\alpha)$  dans un triangle ABC rectangle en C, et en utilisant le théorème de Pythagore, démontrer que pour tout angle aigu  $\alpha$  :

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$$

### Exercice 3

Relations fondamentales – calcul à partir de  $\cos(\alpha)$  (sans calculatrice)

Sachant que  $\cos(\alpha) = 4/5$  et que  $\alpha$  est un angle aigu, calculer sans calculatrice :

- $\sin(\alpha)$
- $\tan(\alpha)$
- Vérifier la relation  $1 + \tan^2(\alpha) = 1/\cos^2(\alpha)$  avec les valeurs trouvées.

### Exercice 4

Triangle rectangle avec angle de  $30^\circ$  (sans calculatrice)

Résoudre le triangle ABC rectangle en C, sachant que  $\alpha = 30^\circ$  et  $c = 10$  cm. Donner les résultats sous forme exacte et décimale.

### Exercice 5

Application – Voûte d'un tunnel

La voûte d'un tunnel est un arc de cercle dont l'angle au centre est de  $230^\circ$ . La largeur de la base du tunnel (corde) est de 11 m.

- Calculer le rayon  $r$  de l'arc.
- Calculer la hauteur maximale de la voûte au-dessus du sol.

Indication : si l'angle au centre (grand arc) est  $230^\circ$ , la corde correspond à un angle de  $230^\circ$  au centre.

### Exercice 6

Polygone régulier inscrit dans un cercle

Un hexagone régulier est inscrit dans un cercle de rayon  $R = 1$  dm.

- Calculer la longueur d'un côté (rappel : pour un hexagone régulier, le côté = rayon du cercle).
- Calculer son périmètre.

c) Calculer son aire.

*Indication : diviser l'hexagone en 6 triangles équilatéraux issu du centre.*

## Exercice 7

Application – Élastique et poids

Un élastique est fixé horizontalement entre les points A et C, distants de 10 cm. On suspend en B (milieu de AC) un poids qui allonge l'élastique de 6 cm au total (longueur finale = 16 cm).

- De quelle distance le point B descend-il sous l'effet du poids ?
- Quel est l'angle entre les deux brins de l'élastique en B ?

## Exercice 8

Géographie – Distance entre Lausanne et l'équateur

Lausanne se trouve à une latitude de  $46^{\circ} 31'$  N. Calculer la distance, en suivant un méridien, entre Lausanne et l'équateur. (Rayon de la Terre = 6'370 km)

## Exercice 9

Application – Angle de vue d'un silo

Un silo cylindrique de 12 m de diamètre est vu sous un angle horizontal de  $11^{\circ}$ . À quelle distance du point le plus proche du silo se trouve l'observateur ?

*Indication : les deux lignes de visée tangentes au cylindre forment un angle de  $11^{\circ}$ .*

## Exercice 10

Exercice de synthèse – Relations fondamentales (sans calculatrice)

On sait que  $\sin(\alpha) = 0,6$  et que  $\alpha$  est un angle aigu.

- Calculer  $\cos(\alpha)$ .
- Calculer  $\tan(\alpha)$ .
- Vérifier le résultat de b) en calculant  $\sin(\alpha)/\cos(\alpha)$ .
- Calculer  $1 + \tan^2(\alpha)$  et  $1/\cos^2(\alpha)$ . Que constate-t-on ?

★ Exercices 1, 2, 3, 4, 10 : sans calculatrice. ★ Exercices 5, 6, 7, 8, 9 : calculatrice autorisée.