

Optimisation d'une fonction économique

Série 4/4 — Introduction à la programmation linéaire — Feuille d'exercices (version élève)

Pour chaque problème : a) définis les inconnues ; b) écris le système de contraintes ; c) écris la fonction économique $f(x ; y)$ à optimiser ; d) représente le polygone R des contraintes ; e) détermine le sommet optimal (par le calcul, en comparant la valeur de f à chaque sommet) ; f) réponds à la question par une phrase.

Exercice 1

Un menuisier fabrique des chaises et des tables. Une chaise nécessite 1 h de travail et 2 kg de bois ; une table nécessite 3 h de travail et 3 kg de bois. Il dispose de 30 h de travail et 42 kg de bois par semaine. Le profit est de 20 fr. par chaise et 45 fr. par table. Combien de chaises et de tables doit-il produire pour maximiser son profit ?

Exercice 2

Une pâtisserie fabrique des croissants et des pains au chocolat. Un croissant nécessite 0,3 kg de farine et 0,2 kg de beurre ; un pain au chocolat nécessite 0,4 kg de farine et 0,1 kg de beurre. Elle dispose de 24 kg de farine et de 11 kg de beurre par jour. Le profit est de 0,90 fr. par croissant et 0,60 fr. par pain au chocolat. Combien de croissants et de pains au chocolat faut-il produire pour maximiser le profit ?

Exercice 3

Une petite commune veut acquérir des minibus et des cars pour son réseau scolaire. Le budget d'achat est de 180'000 fr. au maximum (minibus : 15'000 fr., car : 45'000 fr.) et le budget d'entretien est de 1'000 fr. par mois au maximum (minibus : 100 fr., car : 200 fr.). Un minibus transporte 12 passagers, un car 50 passagers. Combien de minibus et de cars faut-il acheter pour maximiser la capacité totale de transport ?

Exercice 4

Une imprimerie produit des cartes de visite et des affiches. Une carte demande 2 min de temps machine et 3 ml d'encre ; une affiche demande 5 min de temps machine et 4 ml d'encre. L'imprimerie dispose de 360 min de temps machine et 400 ml d'encre par jour. Le profit est de 0,60 fr. par carte et 1,20 fr. par affiche. Combien de cartes et d'affiches faut-il produire pour maximiser le profit ?

Exercice 5

Une jardinerie vend des sacs de terreau et des sacs d'engrais. Un sac de terreau demande 1 h de manutention et occupe 1 m³ de stockage ; un sac d'engrais demande 0,5 h de manutention et occupe 2 m³ de stockage. La jardinerie dispose de 20 h de

manutention et de 35 m³ de stockage par semaine. Le profit est de 8 fr. par sac de terreau et 6 fr. par sac d'engrais. Combien de sacs de chaque type faut-il vendre pour maximiser le profit ?

Exercice 6

Une diététicienne compose un complément alimentaire à partir de deux produits C et D. Le produit C coûte 1 fr. l'unité et apporte 12 g de protéines et 5 g de glucides ; le produit D coûte 1,50 fr. l'unité et apporte 8 g de protéines et 10 g de glucides. Le complément doit apporter au moins 240 g de protéines et 200 g de glucides. Quelle combinaison minimise le coût ?

Exercice 7

Un transporteur dispose de deux types de camions E et F pour acheminer des marchandises. Un camion E transporte 5 unités de catégorie 1 et 2 unités de catégorie 2, pour un coût de 100 fr. par trajet ; un camion F transporte 4 unités de catégorie 1 et 3 unités de catégorie 2, pour un coût de 90 fr. par trajet. Il faut transporter au moins 170 unités de catégorie 1 et 96 unités de catégorie 2. Combien de trajets de chaque type faut-il prévoir pour minimiser le coût total ?

Exercice 8

Un atelier de bougies fabrique des bougies parfumées et des bougies nature. Une bougie parfumée nécessite 3 unités de temps et 4 unités de cire ; une bougie nature nécessite 2 unités de temps et 5 unités de cire. L'atelier dispose de 96 unités de temps et 156 unités de cire par jour. Le profit est de 4 fr. par bougie parfumée et 3 fr. par bougie nature. Combien de bougies de chaque type faut-il produire pour maximiser le profit ?

Exercice 9

Un atelier de couture confectionne des écharpes et des bonnets. Une écharpe demande 3 h de travail et 4 unités de laine ; un bonnet demande 2 h de travail et 3 unités de laine. L'atelier dispose de 60 h de travail et 84 unités de laine par semaine. Le profit est de 18 fr. par écharpe et 13 fr. par bonnet. Combien d'écharpes et de bonnets faut-il produire pour maximiser le profit ?

Exercice 10

Une entreprise de nettoyage compose un mélange à partir d'un désinfectant et d'un dégraissant. Le désinfectant coûte 1 fr. le litre et apporte 2 unités de substance A et 2 unités de substance B ; le dégraissant coûte 1,20 fr. le litre et apporte 1 unité de substance A et 3 unités de substance B. Le mélange doit contenir au moins 30 unités de substance A et 50 unités de substance B. Quel mélange minimise le coût ?