

Informatique 2^e ECG · Test 1 · Corrigé détaillé

Le système binaire

Barème total : **35 points**. Les réponses sont en vert ; les explications montrent la méthode, pas seulement le résultat.

Un restaurant a un fonctionnement particulier : il compte cinq tables de 1, 2, 4, 8 et 16 places, alignées de droite à gauche. Chaque table a le double de places de la table à sa droite. Le gérant refuse qu'une table soit partiellement occupée : chaque table est soit **vide (0)**, soit **pleine (1)**. On note l'état du restaurant en lisant les tables de gauche à droite : 16 | 8 | 4 | 2 | 1.

A. Les tables du restaurant

Question 1

1 point

Quand toutes les tables sont pleines, combien de personnes le restaurant accueille-t-il au maximum ?

Réponse : 31 personnes.

$16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 31$. C'est aussi $2^5 - 1$: cinq tables offrent 32 configurations, de 0 à 31 personnes.

Question 2

2 points

On ajoute une sixième table à gauche des autres. Combien de places doit-elle avoir ? Quel est alors le nombre maximal de personnes ?

Réponse : 32 places ; 63 personnes au maximum.

La nouvelle table doit faire le double de celle de droite : $2 \times 16 = 32$. Le maximum devient $32 + 31 = 63 = 2^6 - 1$.

Question 3

2 points

Il y a **13 personnes** dans le restaurant. Quelles tables sont pleines ? Écris l'état du restaurant (16 | 8 | 4 | 2 | 1).

Réponse : Tables de 8, 4 et 1 places : 0 1 1 0 1.

$13 = 8 + 4 + 1$. Les tables de 16 et de 2 places restent vides, donc l'état est 01101 (ou simplement 1101).

Question 4

2 points

Même question avec **22 personnes**.

Réponse : Tables de 16, 4 et 2 places : 1 0 1 1 0.

$22 - 16 = 6$; $6 - 4 = 2$; $2 - 2 = 0$. Les tables 16, 4 et 2 sont pleines : 10110.

Question 5

2 points

Même question avec **27 personnes**.

Réponse : Tables de 16, 8, 2 et 1 places : 1 1 0 1 1.

$27 - 16 = 11$; $11 - 8 = 3$; $3 - 2 = 1$; $1 - 1 = 0$. La table de 4 places reste vide : 11011.

B. Du binaire vers le décimal

Question 6

1 point

Combien y a-t-il de personnes dans le restaurant si l'état est **0 1 1 1 0** ?

Réponse : 14 personnes.

Tables pleines : 8, 4 et 2. $8 + 4 + 2 = 14$.

Question 7

1 point

Combien y a-t-il de personnes dans le restaurant si l'état est **1 0 1 1 1** ?

Réponse : 23 personnes.

Tables pleines : 16, 4, 2 et 1. $16 + 4 + 2 + 1 = 23$.

Question 8

2 points

Convertis en décimal : $100101_{(2)}$. Indique le poids de chaque bit pour t'aider.

Réponse : 37.

Poids de droite à gauche : 1, 2, 4, 8, 16, 32. Les bits à 1 valent 32, 4 et 1 : $32 + 4 + 1 = 37$.

Question 9

2 points

Convertis en décimal : $110011_{(2)}$.

Réponse : 51.

Poids : 32, 16, 8, 4, 2, 1. Bits à 1 : $32 + 16 + 2 + 1 = 51$.

Question 10

2 points

Convertis en décimal : $1000101_{(2)}$.

Réponse : 69.

Poids : 64, 32, 16, 8, 4, 2, 1. Bits à 1 : $64 + 4 + 1 = 69$.

C. Ajouter une personne

Question 11

1 point

Une personne de plus arrive. Écris le nouvel état si le restaurant est dans l'état $100101_{(2)}$.

Réponse : 100110.

La table de 1 place est pleine : elle se vide et son occupant passe à la table de 2 places, qui était vide. $37 + 1 = 38 = 32 + 4 + 2$.

Question 12

1 point

Même question avec l'état $1111_{(2)}$.

Réponse : 10000.

Les quatre tables sont pleines : chacune se vide et la retenue se propage jusqu'à la table de 16 places, qui était vide. $15 + 1 = 16$.

Question 13

2 points

Même question avec l'état $1101111_{(2)}$.

Réponse : 1110000.

Les quatre tables de droite sont pleines (1111) : elles se vident (0000) et la retenue remplit la première table vide à gauche, celle de 16 places (0 devient 1). $111 + 1 = 112 = 64 + 32 + 16$.

D. Du décimal vers le binaire

Question 14

2 points

Écris **29** en binaire.

Réponse : $11101_{(2)}$

$29 - 16 = 13$; $13 - 8 = 5$; $5 - 4 = 1$; $1 - 1 = 0$. Bits à 1 : 16, 8, 4 et 1 $\rightarrow 1\ 1\ 1\ 0\ 1$.

Question 15

2 points

Écris **47** en binaire.

Réponse : $101111_{(2)}$

$47 - 32 = 15$; $15 - 8 = 7$; $7 - 4 = 3$; $3 - 2 = 1$; $1 - 1 = 0$. Bits à 1 : 32, 8, 4, 2 et 1 $\rightarrow 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1$.

Question 16

2 points

Écris **100** en binaire.

Réponse : $1100100_{(2)}$

$100 - 64 = 36$; $36 - 32 = 4$; $4 - 4 = 0$. Bits à 1 : 64, 32 et 4 $\rightarrow 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0$.

Question 17

2 points

Écris **680** en binaire. Voici les poids : $512 \cdot 256 \cdot 128 \cdot 64 \cdot 32 \cdot 16 \cdot 8 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 1$.

Réponse : $1010101000_{(2)}$

$680 - 512 = 168$; $168 - 128 = 40$; $40 - 32 = 8$; $8 - 8 = 0$. Bits à 1 : 512, 128, 32 et 8 $\rightarrow 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0$.

E. Pair, suite et limites

Question 18

2 points

Parmi ces nombres binaires, entoure les nombres **pairs** : **101101** · **110010** · **1000111** · **1011100** · **111111** · **100000**. Explique en une phrase comment tu les reconnais.

Réponse : 110010, 1011100 et 100000.

Il suffit de regarder le dernier chiffre : tous les poids sauf le premier (1) sont pairs, donc le nombre est pair si et seulement si son dernier bit vaut 0.

Question 19

2 points

On sait que $747_{(10)}$ s'écrit $1011101011_{(2)}$. Écris $748_{(10)}$ en binaire, sans repartir de zéro.

Réponse : $1011101100_{(2)}$

Il suffit d'ajouter 1 : les deux derniers bits 11 deviennent 00 avec une retenue, qui fait passer le bit 0 suivant à 1. Résultat : 1011101100 .

Question 20

2 points

Quelle est la **plus grande valeur** que l'on peut représenter sur **8 bits** ? Donne-la en binaire et en décimal.

Réponse : $11111111_{(2)} = 255$.

Les 8 bits à 1 valent $128 + 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 255 = 2^8 - 1$. Attention : 256 est le **nombre de valeurs** différentes (de 0 à 255), pas la plus grande valeur.

À retenir

- Les poids des bits, de droite à gauche : 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512... (chacun double le précédent).
- Binaire → décimal : on additionne les poids des bits à 1.
- Décimal → binaire : on retranche la plus grande puissance de 2 possible, puis on recommence avec le reste.
- Un nombre binaire est pair si et seulement si son dernier bit vaut 0.
- Ajouter 1 : les 1 de droite deviennent 0 et le premier 0 rencontré devient 1.