FONCTIONS DU 2ème DEGRÉ ET OPTIMISATION

Test 2 · Zéros et points d'intersection avec les axes · CORRIGÉ DÉTAILLÉ

Les calculs sont détaillés pas à pas. Compare avec ta solution et repère l'étape où tu t'es éloigné(e) du corrigé.

1 $f(0) = -10$. La parabole coupe l'axe Oy au point **(0 ; −10)**.

2 $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 3) = 0 \Rightarrow$ **x = 3 ou x = −3**.

3 $x^2 - 5x = 0 \Rightarrow x(x - 5) = 0 \Rightarrow$ **x = 0 ou x = 5**.

4 On cherche $p + q = -3$ et $p \cdot q = -10$: $p = -5$ et $q = 2$. Donc $x^2 - 3x - 10 = (x - 5)(x + 2) = 0 \Rightarrow$ **x = 5 ou x = −2**.

5 $p + q = 1$ et $p \cdot q = -6$: $p = 3$ et $q = -2$. Donc $(x + 3)(x - 2) = 0 \Rightarrow$ **x = −3 ou x = 2**.

6 $\Delta = 5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 25 + 24 = 49$, $\sqrt{\Delta} = 7$. $x = (-5 \pm 7) / 4 \Rightarrow x_1 = 2/4 =$ **1/2** et $x_2 = -12/4 =$ **−3**.

7 On multiplie par −1 : $x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 3) = 0 \Rightarrow$ **x = 1 ou x = 3**.

8 On met x en évidence : $x(-3x + 2) = 0 \Rightarrow x = 0$ ou $-3x + 2 = 0 \Rightarrow$ **x = 0 ou x = 2/3**.

9 $\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -3 < 0$: **aucun zéro**. La parabole ne coupe pas l'axe Ox (elle reste entièrement au-dessus car $a > 0$).

10 $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2 = 0 \Rightarrow$ **x = 3 (zéro double)**. $\Delta = 36 - 36 = 0$: la parabole touche l'axe Ox en un seul point (3 ; 0).

11 Axe Oy : $f(0) = -4 \Rightarrow$ **(0 ; −4)**.
Axe Ox : $x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow (x - 4)(x + 1) = 0 \Rightarrow$ **(4 ; 0)** et **(−1 ; 0)**.

12 Axe Oy : $f(0) = 6 \Rightarrow$ **(0 ; 6)**.
Axe Ox : $-2x^2 + x + 6 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 6 = 0$. $\Delta = 1 + 48 = 49$, $x = (1 \pm 7) / 4 \Rightarrow x = 2$ ou $x = -3/2$.
Points : **(2 ; 0)** et **(−3/2 ; 0)**. (Contrôle : $f(2) = -8 + 2 + 6 = 0$ ✓)

13 $\Delta = 4 + 4 = 8$, $\sqrt{\Delta} = 2\sqrt{2}$. $x = (2 \pm 2\sqrt{2}) / 2 = 1 \pm \sqrt{2}$. Donc $\mathbf{x_1 = 1 - \sqrt{2} \approx -0{,}41}$ et $\mathbf{x_2 = 1 + \sqrt{2} \approx 2{,}41}$. (Cette fonction ne se factorise pas avec des nombres entiers : il faut la formule.)

14 Un seul zéro $\Leftrightarrow \Delta = 0$: $(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot k = 16 - 4k = 0 \Rightarrow$ **k = 4**. Alors $f(x) = x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$, et le zéro est **x = 2**.

15 $f(0) = a(0 + 1)(0 - 3) = -3a = -6 \Rightarrow a = 2$. Donc $f(x) = 2(x + 1)(x - 3) = 2(x^2 - 2x - 3) =$ **$2x^2 - 4x - 6$**.