FONCTIONS DU 2ème DEGRÉ ET OPTIMISATION

Test 3 · Sommet de la parabole et extremum · CORRIGÉ DÉTAILLÉ

Les calculs sont détaillés pas à pas. Compare avec ta solution et repère l'étape où tu t'es éloigné(e) du corrigé.

1 $x_S = -(-6) / (2\cdot 1) = 3$. $f(3) = 9 - 18 + 4 = -5$. **S(3 ; −5)**. Comme $a = 1 > 0$, c'est un **minimum**.

2 $x_S = -6 / (2\cdot(-1)) = 3$. $f(3) = -9 + 18 - 5 = 4$. **S(3 ; 4)**. Comme $a = -1 < 0$, c'est un **maximum**.

3 $x_S = -8 / (2\cdot 2) = -2$. $f(-2) = 2\cdot 4 - 16 + 3 = -5$. **S(−2 ; −5)** (minimum, car $a = 2 > 0$).

4 $x_S = -12 / (2\cdot(-3)) = 2$. $f(2) = -12 + 24 = 12$. **S(2 ; 12)** (maximum, car $a = -3 < 0$).

5 $x_S = 10 / 2 = 5$. $f(5) = 25 - 50 = -25$. **S(5 ; −25)** (minimum). On pouvait aussi utiliser les zéros 0 et 10 : leur moyenne est 5.

6 $x_S = -6 / 2 = -3$. $f(-3) = 9 - 18 + 9 = 0$. **S(−3 ; 0)** : le sommet est sur l'axe Ox (la fonction vaut $(x + 3)^2$, zéro double).

7 $x^2 - 2x - 8 = (x - 4)(x + 2) \Rightarrow$ zéros -2 et 4. $x_S = (-2 + 4) / 2 = 1$. $f(1) = 1 - 2 - 8 = -9$. **S(1 ; −9)**.

8 Ici $b = 0$ donc $x_S = 0$. $f(0) = 9$. **S(0 ; 9)** ; la valeur maximale de f est **9**.

9 $x_S = -(-2) / (2\cdot ½) = 2 / 1 = 2$. $f(2) = ½\cdot 4 - 4 + 3 = 2 - 4 + 3 = 1$. **S(2 ; 1)** (minimum).

10 $f(x) = 3(x^2 - 4x + 4) + 1 = 3x^2 - 12x + 13$. $x_S = 12 / 6 = 2$ et $f(2) = 12 - 24 + 13 = 1$. **S(2 ; 1)**, **minimum** car $a = 3 > 0$.

11 L'axe de symétrie est la droite verticale passant par le sommet : $x = -(-8) / 2 =$ **4**. $f(4) = 16 - 32 + 3 = -13$. **S(4 ; −13)**.

12 $x_S = -8 / (2\cdot(-2)) = 2$. $f(2) = -8 + 16 - 3 = 5$. Le maximum vaut **5**, atteint pour **x = 2**.

13 $x_S = 3$ et $f(3) = 9 - 18 + c = c - 9$. On veut $c - 9 = 1 \Rightarrow$ **c = 10**.

14 $a = 1 > 0$: f a un minimum au sommet. $x_S = 2$ et $f(2) = 4 - 8 + 7 = 3$. Le minimum est $3 > 0$, donc $f(x) \geq 3 > 0$ pour tout x. (On le voit aussi avec $\Delta = 16 - 28 < 0$: pas de zéro.)

15 La parabole est en ∩ ($a = -5 < 0$), le maximum est au sommet. $t_S = -20 / (2\cdot(-5)) = 2$ s. $h(2) = -20 + 40 + 1 = 21$. Le ballon atteint **21 m** au bout de **2 secondes**.