FONCTIONS DU 2ème DEGRÉ ET OPTIMISATION

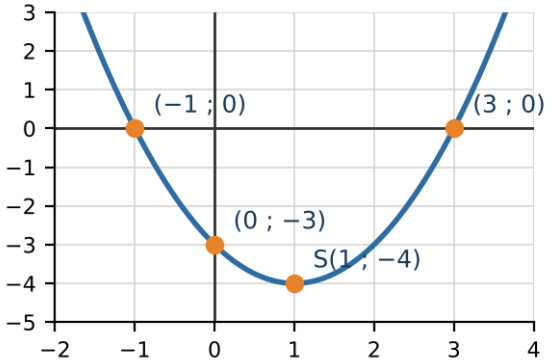
Test 4 · Esquisse du graphique et étude complète · CORRIGÉ DÉTAILLÉ

Les calculs sont détaillés pas à pas. Compare avec ta solution et repère l'étape où tu t'es éloigné(e) du corrigé.

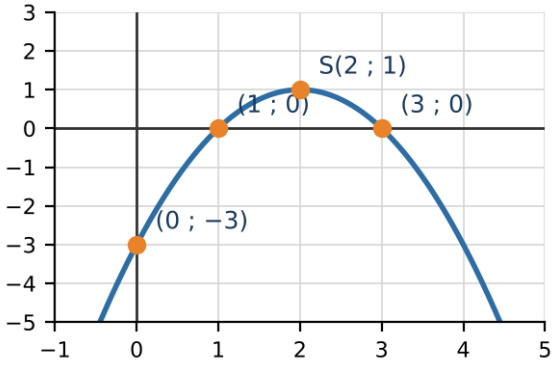
1 $a = -1 < 0$: parabole ouverte **vers le bas** (∩). Ordonnée à l'origine : $f(0) = \mathbf{8}$.

2 Zéros : $-x^2 + 2x + 8 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x - 4)(x + 2) = 0 \Rightarrow \mathbf{x = 4 \text{ ou } x = -2}$.
Sommet : $x_S = (-2 + 4) / 2 = 1$; $f(1) = -1 + 2 + 8 = 9 \Rightarrow \mathbf{S(1 ; 9)}$.

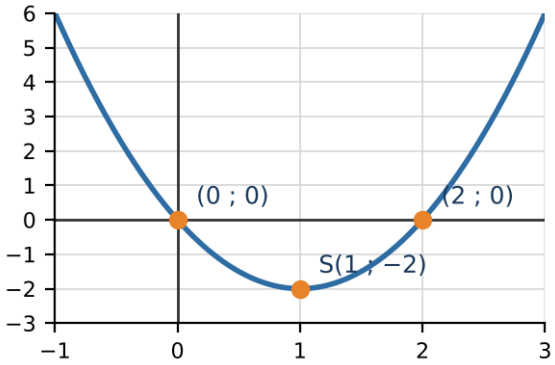
3 $a > 0$: en U. $f(0) = -3$. Zéros : $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) \Rightarrow x = 3$ ou $x = -1$. Sommet : $x_S = 1$, $f(1) = 1 - 2 - 3 = -4 \Rightarrow S(1 ; -4)$.



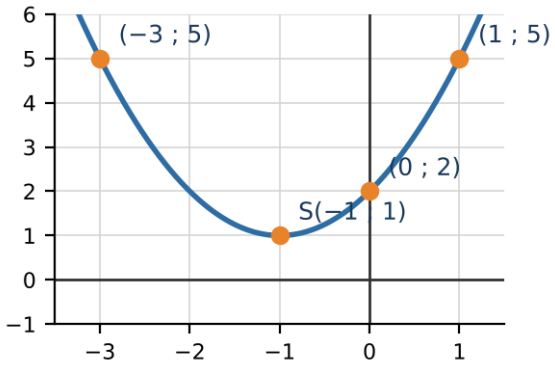
4 $a < 0$: en ∩. $f(0) = -3$. Zéros : $x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 3) \Rightarrow x = 1$ ou $x = 3$.
Sommet : $x_S = 2$, $f(2) = -4 + 8 - 3 = 1 \Rightarrow S(2 ; 1)$.



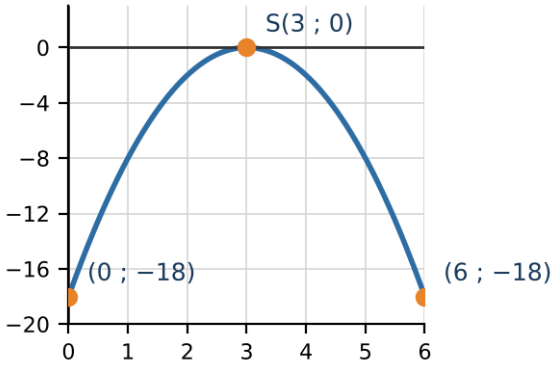
5 $a = 2 > 0$: en U. $f(0) = 0$. Zéros : $2x(x - 2) = 0 \Rightarrow x = 0$ ou $x = 2$. Sommet : $x_S = 1$, $f(1) = 2 - 4 = -2 \Rightarrow S(1 ; -2)$.



6 $a > 0$: en U. $f(0) = 2$. $\Delta = 4 - 8 = -4 < 0$: **pas de zéro**. Sommet : $x_S = -1$, $f(-1) = 1 - 2 + 2 = 1 \Rightarrow S(-1 ; 1)$. Points de contrôle : $f(1) = 5$ et $f(-3) = 5$ (symétriques par rapport à $x = -1$).



7 $f(x) = -2(x^2 - 6x + 9) = -2(x - 3)^2$. $a < 0$: en ∩. $f(0) = -18$. Zéro double $x = 3$ ($\Delta = 0$). Sommet : **S(3 ; 0)** sur l'axe Ox : la parabole touche l'axe sans le traverser.



8 f : $x^2 + 4 = 0$ impossible ($\Delta = -16$) ⇒ **0 zéro**.
g : $-x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$ ⇒ **2 zéros**.
h : $\Delta = 16 - 16 = 0$ ⇒ **1 zéro** ($x = 2$).
i : $\Delta = 1 - 24 = -23 < 0$ ⇒ **0 zéro**.

9 Les zéros sont 1 et 3 : $f(x) = a(x - 1)(x - 3)$. Avec $f(0) = 3a = 3 \Rightarrow a = 1$. Donc $f(x) = (x - 1)(x - 3) =$ **$x^2 - 4x + 3$**.

10 $f(0) = a(0 - 2)^2 - 1 = 4a - 1 = 7 \Rightarrow a = 2$. $f(x) = 2(x - 2)^2 - 1 = 2(x^2 - 4x + 4) - 1 =$ **$2x^2 - 8x + 7$**.

11 $x^2 - x - 6 = (x - 3)(x + 2) \Rightarrow$ zéros -2 et 3. Comme $a > 0$ (parabole en U), f est positive à l'extérieur des zéros : **$x < -2$ ou $x > 3$**, soit $]-\infty ; -2[\cup]3 ; +\infty[$.

12 $-x^2 + 5x - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 4) \Rightarrow$ zéros 1 et 4. Comme $a < 0$ (en ∩), f est positive entre les zéros et négative à l'extérieur : $f(x) \leq 0 \Leftrightarrow$ **$x \leq 1$ ou $x \geq 4$**, soit $]-\infty ; 1] \cup [4 ; +\infty[$.

13 On résout $f(x) = g(x)$: $x^2 - 2x - 3 = x + 1 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow (x - 4)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 4$ ou $x = -1$. Ordonnées : $g(4) = 5$ et $g(-1) = 0$. Points d'intersection : **$(4 ; 5)$** et **$(-1 ; 0)$**.

14 $\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot k = 4 - 4k$.
- $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ **$k < 1$** : deux zéros.
- $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ **$k = 1$** : un zéro double ($x = -1$).
- $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ **$k > 1$** : aucun zéro.

15 $f(-1) = 6$; $f(0) = 1$; $f(1) = -2$; $f(2) = -3$; $f(3) = -2$; $f(4) = 1$; $f(5) = 6$. Le minimum de f vaut **-3**, atteint pour **$x = 2$** (sommet $S(2 ; -3)$, $x_S = 4/2 = 2$).

x	−1	0	1	2	3	4	5
f(x)	6	1	−2	−3	−2	1	6

