# FONCTIONS DU 2ème DEGRÉ ET OPTIMISATION

Test 5 · Problèmes d'optimisation

*Durée indicative : 60 minutes. Méthode : ① nomme l'inconnue x ; ② écris la quantité à optimiser ; ③ utilise la contrainte pour tout exprimer avec x ; ④ le sommet de la parabole donne le maximum ou le minimum ; ⑤ réponds par une phrase en vérifiant que la solution a un sens.*

**1** La somme de deux nombres est 40. Quel est le produit maximal de ces deux nombres ? Pour quels nombres est-il atteint ?

**2** Deux nombres ont pour différence 8. Quelle est la plus petite valeur possible de leur produit ? Quels sont alors ces nombres ?

**3** La somme de deux nombres est 20. Pour quels nombres la somme de leurs carrés est-elle minimale ? Quelle est cette somme minimale ?

**4** Parmi tous les rectangles de périmètre 36 m, lequel a la plus grande aire ? Donne ses dimensions et son aire.

**5** Un artisan vend 80 bougies par mois à 10 CHF la pièce. Chaque augmentation de 1 CHF du prix lui fait perdre 2 ventes. À quel prix doit-il vendre pour que sa recette soit maximale ? Quelle est alors la recette ?

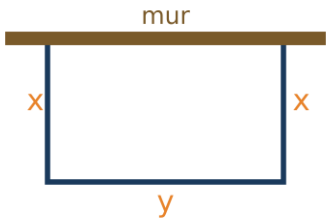
**6** Un arboriculteur plante 40 pommiers par hectare ; chaque arbre donne en moyenne 600 kg de pommes. Pour chaque arbre planté en plus, le rendement de chaque arbre baisse de 10 kg. Combien d'arbres faut-il planter pour que la récolte soit maximale ? Quelle est-elle ?

**7** Un petit théâtre vend 200 billets à 10 CHF. Chaque hausse de 1 CHF du prix fait perdre 10 spectateurs. Quel prix d'entrée maximise la recette ? Combien de spectateurs et quelle recette ?

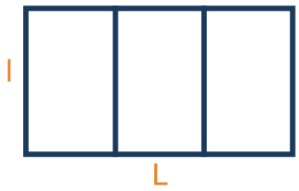
**8** Le coût de fabrication de x objets (en CHF) est $C(x) = 2x^2 - 40x + 500$. Pour quelle quantité x ce coût est-il minimal ? Quel est ce coût minimal ?

**9** Le bénéfice d'une entreprise pour x articles vendus est $B(x) = -x^2 + 60x - 500$ (en CHF).
a) Pour quelle quantité le bénéfice est-il maximal ? Quel est-il ?
b) Entre quelles quantités l'entreprise réalise-t-elle un bénéfice ($B > 0$) ?

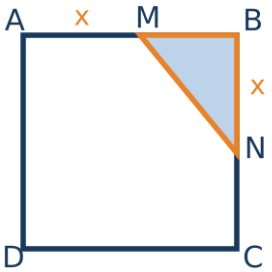
**10** Un éleveur dispose de 60 m de grillage pour clôturer un pré rectangulaire adossé à un mur (on ne clôture pas le côté du mur). Quelles dimensions donnent l'aire maximale ? Quelle est cette aire ?



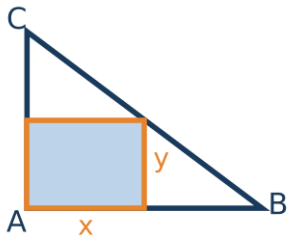

**11** Avec 160 m de clôture, on veut entourer un champ rectangulaire et le séparer en 3 parcelles égales par deux clôtures parallèles à la largeur l (voir figure). Quelles dimensions maximisent l'aire totale ? Quelle est-elle ?




**12** ABCD est un carré de côté 10 cm. M est un point de [AB] et N un point de [BC] tels que AM = BN = x. Pour quelle valeur de x l'aire du triangle MBN est-elle maximale ? Quelle est cette aire ?



**13** ABC est un triangle rectangle en A avec AB = 8 cm et AC = 6 cm. On inscrit un rectangle dont un sommet est en A, deux côtés sur [AB] et [AC] et le sommet opposé sur l'hypoténuse [BC]. On note x la longueur du côté sur [AB] et y celle du côté sur [AC]. Quelles dimensions donnent l'aire maximale ?




**14** Une tôle rectangulaire de 40 cm de large est pliée en gouttière : on relève de x cm chaque bord à angle droit. Quelle hauteur x donne la section (rectangle) d'aire maximale ? Quelle est cette aire ?

**15** Parmi tous les points de la droite d'équation $y = -x + 6$, détermine celui dont la somme des carrés des coordonnées ($x^2 + y^2$) est minimale. Quelle est cette valeur minimale ?